

¿Por qué Garavito?

Bernardo MAYORGA

Escuela de Matemáticas UIS

1. INTRODUCCIÓN

Para su Primer Encuentro en nuestro país, ICRANet ha decidido rendir homenaje al científico colombiano Julio GARAVITO ARMERO. Esa decisión ha estado motivada por el hecho de que este Año Internacional de la Luz, 2015, el del centenario de la publicación de la teoría general de la relatividad por Albert EINSTEIN, y el de las “bodas de oro” de la astrofísica relativista, ha sido también el del sesquicentenario del nacimiento del sabio bogotano. En lo que sigue, intentaremos justificar ese homenaje, a pesar de haber sido Garavito reticente a aceptar las ideas que revolucionaron la física del siglo XX.

Reconocido y respetado en su tiempo en el ámbito académico, Garavito no era conocido por el gran público hasta 1996, año en que se decidió imprimir su imagen en los billetes colombianos de 20.000 pesos. Desde entonces han aparecido en los medios masivos de comunicación muchos artículos acerca de él, unos mejor informados que otros, algunos bordeando el ditirambo y alguno en que se combina la ignorancia con la estupidez ([27], por ejemplo). Todos ellos están basados en la buena información que sobre el científico se tiene desde su época de estudiante, gracias a la admiración que por él profesaban sus discípulos, muy especialmente Jorge ÁLVAREZ LLERAS (1885-1952). Álvarez dedicó mucho tiempo a la difusión de los trabajos de su maestro en la revista *Anales de Ingeniería* (que circula ininterrumpidamente desde 1987, y de la que él fue director durante muchos años) y en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, de la que también fue director Álvarez (véase, por ejemplo, [3], [4], [5]).

Por lo demás, desde los años ochenta del siglo pasado la historiografía de las ciencias en Colombia ha estado bastante activa, y en particular la vida y la obra de Garavito han sido ampliamente escudriñadas en los trabajos de Clara Helena SÁNCHEZ ([2], [30]-[34]), Regino MARTÍNEZ ([21], [22]), Víctor ALBIS ([1], [2]) y Luis Carlos ARBOLEDA ([6]), entre otros.

2. VIDA DE JULIO GARAVITO ARMERO

Julio Garavito Armero (05.01.1865-11.03.1920) nació en Bogotá en el seno de una familia de clase media pero de escasos recursos, por lo cual desde muy joven le tocó trabajar para colaborar con los gastos familiares. A los diez años de edad ingresó al Colegio de San Bartolomé, en el cual desde el principio, y a pesar de su timidez innata, sus dotes matemáticas no pasaron inadvertidas para sus maestros [20]. En 1884 obtuvo allí su grado como Bachiller en Filosofía y Letras.

Debido a la inestabilidad política del país (en 1885 hubo un intento fallido de los liberales radicales para derrocar al presidente Rafael Núñez; eran los días finales del Federalismo y el preámbulo para la concreción de la Regeneración), Garavito no pudo empezar inmediatamente sus estudios superiores. Poco interesado en los avatares de la política y de la guerra, durante 1885 y 1886 trabajó para subsistir, dedicando todo su tiempo libre al estudio por su cuenta de las matemáticas. Fue en ese interregno cuando Garavito y algunos amigos suyos interesados en las matemáticas crearon “El círculo de los nueve puntos”, una especie de club cerrado de nueve miembros, para entrar al cual había que dar una construcción de la circunferencia que pasa por nueve puntos especiales de un triángulo cualquiera, problema conocido con nombres como “circunferencia de Feuerbach” o “circunferencia de Euler”. En el club sus miembros resolvían problemas matemáticos de cierta complejidad (para mayores detalles, véase [12]).

Pero en 1887 se reabrió la entonces llamada Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la ya constituida Universidad Nacional de Colombia, en la cual se matriculó Julio Garavito. Para ayudarse económicamente, trabajaba como ensayador en la Casa de la Moneda. En 1891 se graduó como Profesor de Ciencias Matemáticas¹ (4 de junio) y como Ingeniero Civil (22 de octubre). Para el grado de Profesor de Matemáticas presentó dos tesis: “Forma de la sección meridiana de un manómetro de aire comprimido para que la graduación sea uniforme” y “Demostración del juego de la aguja”. Podríamos decir que la primera de estas dos últimas está a la altura de un trabajo de grado en la carrera de Física o de Ingeniería Mecánica en una buena universidad colombiana actual. En la segunda Garavito resuelve, utilizando elementos de la teoría de probabilidades ya conocidos en su tiempo, un problema de la materia en que de forma insólita aparece el número π , propuesto en un texto francés de la época (había sido resuelto por primera vez siglo y medio antes por el Conde de Buffon). Para su grado como Ingeniero escribió una tesis titulada “Método general para el estudio de las armaduras triangulares aplicado al estudio de la armadura Warreng”. Al parecer, Garavito fue el primer colombiano que tuvo un título oficial como matemático.

Una vez graduado, comienza inmediatamente su carrera como profesor de la Universidad. Hay testimonios acerca de que fue un excelente docente, gran expositor y de original estilo. En 1892 se lo designa como director del Observatorio Astronómico Nacional –cargo que conservará hasta su muerte–, y al año siguiente se casa con la señorita María Luisa CADENA, pero no tendrán descendencia. Garavito tomó parte muy activa en la reestructuración de la Facultad de Ingeniería y estuvo muy ligado a la Sociedad Colombiana de Ingenieros (fundada en 1887), de la que fue presidente y en cuya revista *Anales de Ingeniería* publicó muchos de sus trabajos, como ya se anotó.

Como astrónomo precisó la latitud de Bogotá e hizo observaciones del paso de cometas entre 1901 y 1910 (en este último año, el Halley), así como del eclipse solar de febrero de 1916. Aplicando los principios de la mecánica celeste hizo cálculos sobre las fluctuaciones lunares y

¹ El título de Profesor de Matemáticas se creó en 1888 con el ánimo de incentivar el estudio de las matemáticas y preparar profesores para su enseñanza en la Universidad. Detalles muy ampliados de lo contenido en este párrafo pueden verse en [30], [32] y especialmente [34]).

su influencia sobre el clima, las corrientes hídricas y los hielos polares, así como sobre la aceleración orbital terrestre. Buena parte de sus estudios sobre la Luna se encuentra en el trabajo inconcluso titulado “Fórmulas definitivas para el movimiento de la Luna” (véase [8]). Su labor en este campo tuvo suficiente resonancia para que en 1970 la Unión Astronómica Internacional, por propuesta del Observatorio Astronómico Nacional, decidiera asignarle el nombre de Garavito a un cráter de la Luna (A) ubicado en el lado oculto (en la actualidad [8] otros cinco cráteres cercanos llevan el nombre de Garavito: S, C, D, Q y Y).

También fue decisiva la participación de Garavito en la elaboración del mapa geográfico de Colombia. Hizo gala de su ingenio para reemplazar procedimientos ya establecidos para el cálculo de coordenadas por otros de su invención cuando por las circunstancias no era posible utilizar los primeros. Fue miembro de la comisión colombiana que en su tiempo se ocupó de delimitar la frontera con Venezuela, cuyos trabajos culminaron con la expedición en Madrid del Laudo Arbitral de la Reina María Cristina de España el 16 de marzo de 1891, por medio del cual se determinó gran parte de las fronteras entre los dos países.

Además de sus intereses primarios (matemáticas, física y astronomía), también se interesó en meteorología, actuaría (cuatro artículos sobre temas de seguros), economía, filosofía y psicología, y en estas disciplinas también publicó trabajos (véase [30]). De la misma forma, y a pesar de su indiferencia de los años jóvenes, ya maduro incursionó en la política y fue concejal de Bogotá por la lista republicana entre 1909 y 1911 (para ese tiempo los concejales eran ya elegidos por voto popular), una época decisiva en la formación del Estado colombiano moderno (véase [36]).

En 1916 murió su esposa doña María Luisa Cadena, y la salud del científico, ya por ese tiempo bastante deteriorada, empezó a decaer definitivamente. Por lo demás, su situación económica era bastante precaria, por lo cual el gobierno del presidente Marco Fidel Suárez, a pesar de ser nada afecto a las ciencias exactas, pero posiblemente motivado por el gran prestigio de Garavito, expidió setenta días antes de la muerte del sabio la Ley 128 del 31 de diciembre de 1919, en cuyo Artículo 4º decretaba pensión vitalicia para quien durante 20 años se hubiera desempeñado como director del Observatorio y profesor de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional [4]. El 11 de marzo siguiente moría Julio Garavito Armero, probablemente de tuberculosis.

3. LA REVOLUCIÓN EN LA CIENCIA MODERNA

A juzgar por los muy variados trabajos de Julio Garavito, puede considerarse que tenía un excelente dominio de las matemáticas y de la física clásicas ([1], [30]-[34]), las cuales alcanzaron su cenit hacia mediados del siglo XIX. Todavía en 1894, nada menos que Albert MICHELSON (1852-1931), siete años después de haber realizado el famoso experimento sobre la velocidad de la luz que inspiró en parte la teoría especial de la relatividad de Einstein, declaraba:

Aunque no sea seguro afirmar que el futuro de las ciencias físicas no puede ofrecer maravillas aún más sorprendentes que las del pasado, parece probable que la mayoría de los grandes principios fundamentales han sido ya establecidos firmemente, y que los ulteriores avances se deben enfocar en la rigurosa aplicación de esos principios a todos los fenómenos que nos conciernen. Es aquí en donde la ciencia de la medida muestra su importancia, cuando los resultados cuantitativos deben ser más deseables que el trabajo cualitativo. Un eminente físico comentó que las futuras verdades de la ciencia física han de ser buscadas en el sexto lugar de los decimales [16].

Para ese tiempo ya estaba muy consolidada la primera revolución en el pensamiento científico moderno, la de la geometría no euclidiana, la cual a su vez condicionaría la aparición de la segunda, la teoría de la relatividad. Tanto la una como la otra introducen nuevos conceptos, cuyos desarrollos irán en contracorriente de lo que se conoce como intuición y sentido común. Bien pronto se desarrollaría también la mecánica cuántica, la cual deberá incluso prescindir de la lógica clásica (de esto último ya no alcanzó a tener noticia Garavito).

3.1. La geometría no euclidiana

La geometría euclidiana es aquella en la cual se acepta el quinto **postulado** como aparece en los *Elementos* de Euclides: «Y que si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los [ángulos] menores que dos rectos» ([9], p. 197; se sobreentiende que las tres rectas yacen sobre el mismo plano).

Ese postulado tiene muchos **equivalentes**, el más popular de los cuales, formulado en 1795 por John PLAYFAIR (1748-1819), dice que por un punto exterior a una recta *no puede pasar más de una paralela*. («Son rectas paralelas las que estando en el mismo plano y siendo prolongadas indefinidamente en ambos sentidos, no se encuentran una a otra en ninguno de ellos», reza la Definición 23 ([9], p. 196)). Si el postulado no se acepta y se reemplaza por otro, tendremos una geometría no euclidiana. Tal vez podríamos decir que el primer matemático que vislumbró la posibilidad de existencia de las geometrías no euclidianas fue el propio Euclides. En efecto, da la impresión de que hizo grandes esfuerzos por evitar el empleo de su quinto postulado, de suerte que logra hacerlo hasta la Proposición 28 de las 48 del Libro I. Hasta ese momento se tiene demostrado que *por un punto exterior a una recta se pueden trazar paralelas*. ¿Cuántas? La experiencia “real” parece indicar que –“evidentemente”– no puede haber más de una, lo cual sin embargo no pueden garantizar los primeros cuatro postulados. Así que para demostrar la presunta unicidad y poder seguir adelante, Euclides se ve forzado a utilizar el quinto postulado en la Proposición 29 (o sea que no se ha **demostrado** nada, pues el quinto postulado es equivalente a la unicidad).

Durante los más de dos mil años siguientes los *Elementos* constituirán el paradigma de la construcción axiomática de las ciencias, y serán admirados por las mentes más brillantes de cada siglo (hay que precisarlo: solo en el mundo europeo y en sus vecindades de la cuenca mediterránea y del Cercano Oriente, pues el “hechizo jónico” llegará al resto del mundo mucho más tarde). Sin embargo, desde los tiempos griegos la falta de “evidencia” inmediata del quinto postulado (a diferencia de los otros cuatro: el primero, por ejemplo, solo dice que por dos puntos se puede pasar una recta) era motivo de preocupación de los estudiosos, a

quienes les parecía más bien un **teorema** que debía ser demostrado. Y así, en el transcurso de los siglos surgieron innumerables intentos de hacerlo –¡y los sigue habiendo!– (véase, por ejemplo, [7] o [10]), pues parecía más bien un teorema. Todos fracasaban.

Hacia finales del siglo XVIII ya muchos matemáticos eran conscientes de que un **postulado** o **axioma** es cierto no porque su verdad sea evidente, sino porque así lo decidimos nosotros. Así hubiera grandes cerebros que afirmaran la existencia de conocimientos a priori en nuestra conciencia, “evidentes por sí mismos”, como era el caso de Kant con su estética trascendental. De esta suerte, en los primeros años del siglo XIX aparece independientemente en tres poderosas mentes la convicción de que el quinto postulado es ciertamente eso, un postulado, por lo cual se puede reemplazar por otro y construir otras geometrías. Esas mentes son las de Johann Carl Friedrich GAUSS (1777-1855), Nikolái Ivánovich LOBACHEVSKI (1792-1856) y János BOLYAI (1802-1860).

Gauss nunca publicó nada al respecto (se sabe de sus ideas solo por cartas a sus amigos). Él era el *Princeps mathematicorum*, y no podía arriesgar su fama presentando al mundo esas ideas tan raras y contrarias al sentido común. «Por temor al griterío de los beocios», le escribía en una carta a Bessel en 1829 (citado en [35]). Sin embargo, no se salvó: muchos años más tarde, un compatriota suyo, el filósofo Karl Eugen DÜHRING (1833-1921), tan vapuleado por Engels, se atrevía todavía a escribir que Gauss había sido un tipo de mente estrecha, y que la geometría no euclidiana era el producto abortivo de una mente degenerada, una geometría apocalíptica no solamente sin sentido, sino estúpida. Y otras lindezas por el estilo (véase [7]).

Pero el ruso y el húngaro no tenían mucho que perder, y, plenamente conscientes de la corrección de sus ideas, se aventuraron a ponerlas por escrito. El primero que lo hizo fue Lobachevski en 1823, en el manuscrito de un texto de Geometría para la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Universidad de Kazán, de la cual era profesor (el original fue hallado en los archivos de la Universidad en 1898). Ahí propone ya dejar de lado el quinto postulado. En 1826 presentó para ser impreso el trabajo, escrito en francés, “Exposition succincte des principes de la Géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles”. Los profesores nombrados para revisar el texto prefirieron el silencio, y el manuscrito se perdió. Pero entre 1829 y 1830 logra publicar en *El boletín de Kazán*, revista oficial de la Universidad, un extenso trabajo titulado “Acerca de los principios de la geometría”. En vez del quinto postulado de Euclides, Lobachevski propone el suyo: «En un plano, a través de un punto no situado sobre una recta dada pasa más de una recta que no se interseca con la recta dada». A partir de ahí construye detallada y rigurosamente la hoy llamada geometría hiperbólica o geometría de Lobachevski, la primera no euclidiana de la historia.

Por su parte, en 1832 Bolyai publica, como apéndice de un texto de matemáticas de su padre, su propia elaboración de geometría no euclidiana. (La historia de la lucha del ruso por dar a conocer sus ideas, en contracorriente de algunos grandes matemáticos de su tiempo, a quienes escandalizaban, y del reconocimiento por el propio Gauss del valor de los trabajos de sus dos colegas, puede leerse en castellano en [23]).

En su tesis doctoral de 1854 Bernhard RIEMANN (1826-1966), utilizando el hecho de que al fin de cuentas **recta** (lo mismo que **punto**, **plano**, etc.) es un *término no definido*, como se dice en matemáticas, se puede elaborar otra geometría no euclidiana. En realidad el trabajo de Riemann origina toda una clase de geometrías no euclidianas, las ahora llamadas *geometrías riemannianas*. Estas conducirían más tarde a la construcción de espacios abstractos, que constituirían a su vez base matemática fundamental para la formulación de la teoría de la relatividad.

Por otra parte, unos años más tarde Eugenio BELTRAMI (1835-1900) y otros logran demostrar la consistencia de la geometría hiperbólica (cosa que se negaba a aceptar Luigi CREMONA, por ejemplo). Todo esto conduce a un afán entre los matemáticos por fundamentar rigurosamente y por completo su ciencia, carrera en la que entra a desempeñar papel importantísimo Georg CANTOR (1845-1918), creador de la teoría de conjuntos y de los números transfinitos. Dicho sea de paso, los orígenes remotos de los números transfinitos son incluso anteriores a los de la geometría no euclidiana, y corresponden al momento en que los pitagóricos –¡otra vez los griegos!– descubren los números que ahora llamamos irracionales.

Al igual que Lobachevski, Cantor fue víctima de la férrea oposición de algunos de sus colegas (tan de peso pesado como Charles HERMITE (1822-1901) y Leopold KRONECKER (1823-1891), por ejemplo); este último consideraba a Cantor un simple “charlatán científico”). Menos fuerte psicológicamente que su colega ruso², no pudo aguantar la tensión entre ser

² No la tuvo fácil Lovachevski. Como arriba se anotó, la primera presentación pública de sus ideas la hizo Lobachevski en 1823, cuando presentó para ser publicado como libro de texto un manuscrito titulado simplemente *Geometría*. La obra fue enviada para su revisión al conocido matemático suizo-ruso Nicolas FUSS (1755-1826), miembro de número de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. En su recensión, Fuss escribió cosas como estas:

Esta obra no es una geometría o una exposición completa y sistemática de dicha ciencia, y si su autor cree que puede servir de manual, prueba con ello que no se da cuenta de lo que se exige a un libro didáctico, es decir, de la plenitud de las verdades geométricas que constituyen todo el sistema del curso elemental de esta ciencia, [...] del rigor impecable y puramente geométrico de sus demostraciones [...] La geometría que he examinado no posee la menor traza de todas las cualidades necesarias antes mencionadas ([18], p. 88).

Una vez publicado oficialmente entre 1829 y 1830, como ya dijimos, el trabajo titulado “Acerca de los principios de la geometría”, en 1834 aparecieron en dos revistas rusas conceptos como estos (no se conoce su autor):

[...] no he podido captar un solo pensamiento por pequeño que sea. En vano uno se preguntará cómo ha podido hacer el señor Lobachevski de la ciencia matemáticas más fácil y más clara, como es la geometría, una teoría tan pesada, tenebrosa e inabordable [...] ¡Qué no puede representar la imaginación, sobre todo si está viva al mismo tiempo que enfermiza! [...] ¿por qué escribir y además publicar fantasías tan absurdas? ([18], p. 193).

El trabajo de Lobachevski “Acerca de los principios...” también fue examinado en la Academia de Ciencias, la cual le encargó la labor al académico Mijaíl Vasílievich OSTROGRADSKI (1801-1862), uno de los grandes matemáticos del siglo XIX y líder indiscutido de los matemáticos del Imperio Ruso. En las actas de la reunión de la Academia del 7 de noviembre de 1832 aparece la siguiente nota:

Después de haber demostrado que las dos integrales definidas con las cuales Lobachevski pretende haber encontrado el valor por medio de su nuevo método, una es ya conocida y fácil de deducir de los principios elementales del cálculo integral, y la otra es falsa, además –observa el señor Ostrogradski– la obra está redactada con tan poco cuidado que una

plenamente consciente de sus verdades y la incomprensión de sus colegas, y en 1884 tuvo una primera crisis depresiva, por lo cual su trabajo se vio afectado. Todavía en 1904, durante el Tercer Congreso Internacional de Matemáticas, Gyula KÖNIG intentaba demostrar que las bases de la teoría de los números transfinitos eran falsas (argumento que al día siguiente refutó Ernst ZERMELO). Varias veces fue hospitalizado en sanatorios y, pobre y sufriendo de desnutrición, vivió recluido en uno de ellos el último año de su vida. Su apasionante historia –y otras similares– puede leerse en [25].

Sin embargo, otras mentes brillantes como David HILBERT (1862-1943) y Bertrand RUSSEL (1872-1970) tomaron el relevo. Es famosa la sentencia de Hilbert: “Del paraíso creado por Cantor nadie nos podrá expulsar”. Por ahora, la primera parte de esa historia parece terminar en 1931, año en que Kurt GÖDEL (1906-1978) publica su celeberrimo Teorema de Incompletitud. Russell resumió la situación así:

Lobachevski, al inventar la geometría no euclidiana, minó el argumento matemático de Kant acerca de la estética trascendental. Weierstrass probó que la continuidad no supone infinitesimales; Georg Cantor inventó una teoría de la continuidad y una teoría de la infinidad que terminaron con todas las viejas paradojas de que se habían nutrido los filósofos. Frege demostró que la aritmética se apoya en la lógica, cosa que Kant había negado. Todos esos resultados fueron obtenidos por métodos matemáticos ordinarios, y eran tan indudables como la tabla de multiplicar. Los filósofos resolvieron la situación no leyendo a dichos autores [29].

3.2. La teoría de la relatividad

En general el público con cierta educación está más familiarizado –así sea muy superficialmente– con las ideas de la teoría de la relatividad que con las de la geometría no euclidiana, por lo menos en lo que tiene relación con la relatividad especial.

Hacia mediados del siglo XIX la física (en sus diferentes líneas como la mecánica, la termodinámica, la óptica geométrica, la electricidad y el electromagnetismo) parece estar tan consolidada que da lugar a predicciones como la ya citada de Michelson. Sin embargo, es precisamente el experimento realizado por este en 1887 junto con Edward MORLEY (1838-1923) el que marca el punto de inflexión en la historia de la física.

La joya de la corona de las ciencias físicas era la mecánica newtoniana, expuesta soberbiamente por el sabio inglés en sus *Philosophiæ naturalis principia mathematica* en 1687. Casi exactamente un siglo después, en 1788, Joseph-Louis LAGRANGE (1736-1813) publicaba su *Mécanique analytique*, en la cual, haciendo ya amplio uso de las ecuaciones diferenciales (campo ya bastante desarrollado en ese tiempo), simplificaba y completaba la newtoniana, convirtiéndola en toda una sinfonía matemática. Tal vez la culminación de la mecánica clásica fueron los cinco tomos magistrales del *Traité de mécanique céleste* de Pierre-Simon LAPLACE (1749-1827). Tan firmemente establecida se creía la así refinada

gran parte es ininteligible. Por eso estima él que dicha obra de Lobachevski no merece la menor atención de la Academia ([18], p. 198).

mecánica newtoniana, que Laplace se dio el lujo de hacer su célebre declaración ultradeterminista en la introducción a su *Essai philosophique sur les probabilités*:

Por lo tanto debemos considerar el estado presente del universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del que le seguirá. Una inteligencia que, en un instante dado, pudiera conocer todas las fuerzas que animan la naturaleza y la posición respectiva de los objetos que la componen, si fuera, por lo demás, suficientemente vasta para someter esos datos al Análisis [matemático], abarcaría en la misma fórmula los movimientos de los más grandes cuerpos y el del átomo más ligero: nada sería incierto para ella, y tanto el futuro como el pasado estarían presentes a sus ojos.

Huelga agregar que la mecánica “newton-lagrange-laplaciana” actúa en un mundo ciento por ciento euclidiano. Dicho sea de paso, la mecánica celeste de Laplace sigue siendo básicamente el lomo sobre el cual “cabalgan” los miles de naves y artefactos construidos por nuestra especie y que vagan actualmente por diferentes rutas dentro de nuestro Sistema Solar (y un poco más allá)³.

Como todo físico sabe, hasta finales del siglo XIX se pensaba que, así como el sonido es producido por un movimiento vibratorio dentro de un medio elástico como el aire o el agua, la luz, vista como movimiento ondulatorio, debía ser la manifestación de las vibraciones de algún medio especial, alguna sustancia muy sutil a la que habían llamado *éter* y que debía llenar todo el espacio. Una manera de detectar la presencia del éter era midiendo la velocidad relativa a la que la Tierra se desplaza dentro de él, para lo cual Michelson y Morley construyeron su famoso interferómetro, que dividía un haz de luz en dos haces que se desplazaban siguiendo trayectorias perpendiculares y luego se hacían converger de nuevo sobre una pantalla, formando así un patrón de interferencia. De acuerdo con la mecánica newtoniana, alguna pequeña diferencia en las velocidades de los dos haces debería detectarse. Sin embargo, eso no sucedió (el interferómetro estaba lo suficientemente bien diseñado para estar seguros de que no se trataba de un error). Posteriores verificaciones llevaron a la conclusión de que la única explicación posible era que el éter no existía, y que la velocidad de la luz en el vacío era la misma en todas las direcciones (lo que contradecía la ley galileana de composición de velocidades).

Fueron varios los físicos y matemáticos que se enfrentaron al problema e hicieron aportes decisivos para construir la teoría de la **relatividad especial** (entre ellos Hendrik Antoon LORENTZ (1853-1928), Henri POINCARÉ (1854-1912) y Hermann MINKOWSKI (1864-1909) antes de la formulación definitiva que logró hacer Einstein en el tercero de sus artículos en los *Annalen der Physik* en el *annus mirabilis* de 1905. Parte del trabajo había sido desarrollado unos años antes por James Clerk MAXWELL (1831-1879).

³ En 1959, en pleno inicio de la “carrera espacial”, el matemático estadounidense Solomon LEFSCHETZ (1884-1972), a la sazón laborando en el Research Institute for Advanced Studies de Baltimore, interrogado por los periodistas luego de recibir el título de Doctor Honoris Causa de la Universidad de París, declaraba: «Los cohetes no utilizan carburantes para volar, sino que navegan impulsados por ecuaciones no lineales en derivadas parciales. El combustible es completamente secundario. Y si los rusos han sido los primeros en llegar a la luna [Luná-2, 13.09.59], esto se debe a que nos llevan una ventaja de quince años en el campo de las matemáticas».

La conclusión de que la velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente y del observador (isotropía del espacio para todos los observadores) permitió a Einstein formular los dos postulados sobre los que se basa la teoría especial de la relatividad:

1. Las leyes por las cuales los estados de los sistemas físicos experimentan cambios no se ven afectadas, independientemente de que esos cambios de estado se refieran a uno u a otro de dos sistemas de coordenadas en movimiento de traslación uniforme.
2. Todo rayo de luz se mueve en un sistema estacionario de coordenadas con la misma velocidad c , así el rayo sea emitido por un cuerpo en reposo o por uno en movimiento.

La característica definitoria de la relatividad especial es la sustitución de las transformaciones de Galileo de la mecánica newtoniana por las transformaciones de Lorentz. El tiempo y el espacio ya no se pueden definir por separado el uno del otro, sino que se entrelazan en un solo continuo conocido como espacio-tiempo. Eventos que se producen al mismo tiempo para un observador podrían ocurrir en diferentes momentos para otro. La teoría es "especial" en el sentido de que solo se aplica cuando la curvatura del espacio-tiempo debida a la gravedad es despreciable.

Diez años más tarde, en 1915, con el fin de incluir la gravedad, y con la colaboración decisiva de los matemáticos Tullio LEVI-CIVITA (1873-1941) y Marcel GROSSMANN (1878-1936), Einstein presentó al mundo su **teoría general** de la relatividad. En esa época la ciudad de Göttingen (Gotinga en español) era tal vez el mayor centro de investigación científica del mundo, y allí se reunían con frecuencia algunos de los cerebros más brillantes de esos años, como David HILBERT, Felix KLEIN, Max BORN y Richard COURANT. Einstein estuvo en la Universidad a finales de junio, y durante una semana pronunció seis conferencias de dos horas, en las cuales enmendaba los errores de su trabajo ya presentado en un artículo publicado en el octubre inmediatamente anterior, al cual Levi-Civita le había encontrado algunos baches en la utilización del cálculo tensorial –fundamento matemático de la teoría–, desarrollado por él y que personalmente le había ayudado a comprender al gran físico. Al abandonar la ciudad Einstein comentó: “Para mi gran satisfacción, logré convencer por completo a Hilbert y a Klein”.

La teoría general de la relatividad generaliza la relatividad especial y la teoría de la gravitación universal de Newton. Es una teoría de la gravitación que describe la interacción gravitatoria no como acción a distancia entre cuerpos masivos, como lo fue en la teoría newtoniana, sino como el resultado de una ley física que liga la distribución y el flujo en el espacio-tiempo de la masa y la energía con la geometría –más exactamente, con la curvatura– del espacio-tiempo (que ya no es euclidiano). La geometría del espacio-tiempo, en particular, determina cuáles son los sistemas de referencia inerciales: son los asociados con observadores en “caída libre”, que se mueven a lo largo de las trayectorias geodésicas del espacio-tiempo. La fuerza del peso es de esta manera una fuerza aparente observada en los sistemas no inerciales.

Algunas predicciones de la relatividad difieren significativamente de las de la física clásica, especialmente en relación con el paso del tiempo, la geometría del espacio, el movimiento de los cuerpos en caída libre y la propagación de la luz. Ejemplos de tales diferencias incluyen la dilatación gravitacional del tiempo, las lentes gravitacionales y el corrimiento hacia el rojo de

las líneas espectrales. Las predicciones de la relatividad general se han confirmado en todas las observaciones y experimentos hasta la fecha. Y aunque las investigaciones en el micromundo y en el macromundo abren cada vez más interrogantes, sigue siendo hasta ahora el modelo que mejor describe el “comportamiento” a gran escala del universo conocido⁴.

4. LA RECEPCIÓN DE LAS NUEVAS IDEAS

Ya vimos lo difícil que fue aceptar, en la misma vanguardia del mundo intelectual y hasta casi llegar al siglo XX, la validez de las geometrías no euclidianas. Un siglo después de su primera presentación por Lobachevski, todavía una figura gigante como Gottlob FREGE (1848-1925), uno de los fundadores de la lógica moderna y protagonista de la fundamentación de las matemáticas en la segunda mitad del siglo XIX, venerado por Russell, se negaba a aceptarla (véase, por ejemplo, [19]). «¿Podría alguien atreverse a calificar de astrología a los *Elementos* de Euclides, una obra que goza de una autoridad incuestionable desde hace más de 2000 años? Pero si nadie se atreve a ello, entonces será la geometría no euclidiana, a la cual hay que clasificarla entre las pseudociencias (astrología, alquimia)», escribía el último año de su vida, cinco después de muerto Garavito (citado en [6]).

Algo análogo sucedió con la teoría de la relatividad. G. J. WITHROW [37] cita las palabras de Hyman LEVY con respecto a las conferencias de Einstein en Göttingen, de las que ya hablamos:

Recuerdo haber observado a los profesores de ingeniería que estaban presentes y que, por supuesto, estaban horrorizados con sus puntos de vista, porque para ellos la realidad estaba constituida por las ruedas de las máquinas –objetos realmente sólidos–. Y he aquí que aparece este hombre hablando en términos abstractos del espacio-tiempo y de la geometría del espacio-tiempo, no la geometría de una superficie que puede ser pensada como una superficie física, sino la geometría del espacio-tiempo y la curvatura del espacio-tiempo; y demostrando cómo se puede explicar la gravitación por la manera en que un cuerpo se mueve en el espacio-tiempo en una geodésica –la curva más corta en el espacio-tiempo–. Esto era tan abstracto que para ellos resultaba irreal. Me acuerdo de haber visto a uno de los profesores levantarse y salir lleno de ira, y cuando salía le oí decir: *Das ist absolut Blödsinn* (esos son puros disparates). Bueno, esto reflejaba realmente la actitud de la mayoría de los ingenieros de esa época, y eran honestos en el sentido de que eso era lo que efectivamente creían. Había otros, por supuesto, que pensaban simplemente que el que así hablaba era un matemático muy brillante, y, después de todo, de un matemático podía esperarse cualquier cosa.

Así pues, al igual que ha sucedido con muchas ideas innovadoras en la historia, la aceptación de la geometría no euclidiana y de la teoría de la relatividad no fue de ninguna manera inmediata, incluso en la cuna misma en la que cada una de ellas surgió, y fueron rechazadas por mentes muy influyentes.

⁴ Aquí es bueno recordar la diferencia que existe entre las teorías matemáticas y las físicas. Ni la geometría euclidiana ni ninguna de las no euclidianas, por ejemplo, podrán ser jamás falsadas por ningún experimento. Cada una de ellas es cierta para toda la eternidad. Pero nadie puede descartar que en un futuro determinados experimentos u observaciones no puedan exigir cambios drásticos en las teorías actuales de la física, como nos lo enseñó Karl POPPER.

Como se sabe, Einstein recibió el Premio Nobel de Física de 1921, pero no por el desarrollo de esa teoría, sino por el descubrimiento del efecto fotoeléctrico, que era el tema del segundo de sus artículos del *annus mirabilis* de 1905. No lo recibió antes, porque los miembros del Comité Nobel temían premiar un presunto gran descubrimiento que pudiera resultar posteriormente un fiasco. Y eso a pesar de que durante el eclipse de Sol del 29 de mayo de 1919 fueron verificadas las predicciones hechas por Einstein en 1911, con base en la teoría, acerca de que los rayos de luz se curvan en los campos gravitatorios, hecho que lo hizo más famoso de lo que ya lo era (el 7 de noviembre de 1919 el periódico británico *The Times* imprimió en primera página un gran titular que decía: “Revolución en la ciencia - Nueva teoría del Universo – Derribadas las ideas de Newton”). Pero ni siquiera le entregaron al gran sabio el Premio 1921, porque ese año la Real Academia sueca consideró que los candidatos propuestos no satisfacían los criterios diseñados por Alfred NOBEL, y decidieron reservar el Premio para el siguiente. Sin embargo, el 10 de diciembre de 1922, día de la ceremonia en Estocolmo, Einstein no pudo asistir, y finalmente pronunció su discurso de aceptación solo el 11 de julio de 1923, en Gotemburgo, cuando habían pasado 18 años de la publicación de su artículo “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento”.

Todavía en 1931 apareció en Alemania un libro titulado *Cien autores contra Einstein (Hundert Autoren gegen Einstein, en el original)*, entre los cuales había un físico, tres matemáticos y un filósofo de tanto prestigio como Hans REICHENBACH (1891-1953), uno de los líderes del empirismo lógico y fundador del Círculo de Berlín.

No es de extrañar, entonces, que también en nuestro medio las nuevas ideas tuvieran resistencia por parte de nuestros científicos. En la actualidad estamos acostumbrados a la inmediatez en el intercambio de información. Pero en el siglo XIX y principios del XX las noticias científicas importantes podían llegar con meses o años de retardo. En consecuencia, es más bien de admirar que algunos de nuestros mejores pensadores en nuestra América hispana estuviesen enterados de las novedades y se atrevieran a expresar sus opiniones personales al respecto.

En lo que hace a la geometría no euclidiana, en los años setenta del siglo XIX todavía hay gente seria en todo el mundo que intenta demostrar el quinto postulado de Euclides (los que lo siguen intentando en la actualidad no son matemáticos). En Colombia uno de ellos fue Indalecio LIÉVANO (1834-1913), la figura más descollante de las matemáticas colombianas anterior a Garavito⁵. Es de destacar que ya en esos tiempos había entre nosotros quien advirtiera los errores en esas “demostraciones”, que por lo general consistían en introducir sin darse cuenta alguno de los equivalentes del postulado; en particular, Ruperto FERREIRA (1845-1912), el primer colombiano en recibir en el país el título de Ingeniero (1870). Víctor Albis analiza en [1] esos intentos detalladamente. Como él muestra, lo más probable es que Liévano no conociera los trabajos de Lobachevski y Bolyai, así que su conocimiento sobre el

⁵ Sorprende, como lo cuenta Albis [1], que Liévano tuviera en mente todo un ambicioso programa de fundamentación de las matemáticas elementales, cosa que estaban haciendo por entonces en Europa. Evidentemente su preparación no daba para tanto, aunque se encuentran originales observaciones en su análisis de los números irracionales.

tema estaba basado en los *Éléments de géométrie* (primera edición en 1794) de Adrien-Marie LEGENDRE (1752-1833), posiblemente el texto matemático más popular del siglo XIX.

Sin embargo, ya en el siglo XX Julio Garavito estaba bastante al corriente de los trabajos de Lovachevski, así fuera a través de fuentes secundarias, principalmente el libro de Poincaré de 1902 *La ciencia y la hipótesis* [26]. Trató el tema de la geometría no euclidiana ya en los últimos años de su vida en dos artículos de 1916 y 1917 ([14], [15]). Albis muestra cómo Garavito demuestra correctamente que la prueba de la fórmula fundamental de la trigonometría hiperbólica dada por Rouché y Comberousse en [28] es inválida (el hecho de que la prueba sea inválida no implica, sin embargo, que la proposición sea falsa, y eso lo tiene claro Garavito). Luego trata de demostrar por su cuenta la falsedad de la fórmula, pero para hacerlo utiliza un tipo de función que él piensa erróneamente es siempre algebraica (y por lo tanto su refutación no es válida). Y aunque advierte que no está tratando de demostrar el quinto postulado, al final cree haberlo justificado. De todas maneras, Garavito reconoce que si los razonamientos de Lobachevski no se refieren a rectas sobre un plano, sino a geodésicas sobre una superficie de curvatura negativa, por ejemplo, entonces son correctos.

En los razonamientos de Garavito sobre la geometría no euclidiana no aparecen por ningún lado motivos “filosóficos”, aunque puede ser que sobre él pesaran las ideas kantianas, en el sentido de que la geometría euclidiana era la única que podía reflejar la “realidad”. Sus argumentos son estrictamente matemáticos, así haya cometido errores. No obstante, en el rechazo de él y de otros colegas suyos en el país a la teoría de la relatividad sí puede haber un trasfondo filosófico, como lo argumenta Regino Martínez [22]. Él refiere cómo hasta mediados del siglo XX la filosofía que se impartía en los establecimientos educativos en Colombia era la escolástica, es decir, el aristotelismo adaptado a las necesidades cristianas por Santo Tomás de Aquino (1225-1274), con refinamientos posteriores.

Todavía en los años sesenta del siglo XX en Colombia se cursaba Filosofía como asignatura aparte en los tres últimos años de bachillerato, y los textos estándar (de la Editorial Voluntad) eran los del padre José Rafael FARÍA BERMÚDEZ (1896-1979), fundador en 1960 de la Universidad de Pamplona (Colombia). Faría critica desde sus posiciones la teoría de la relatividad, con argumentos filosóficos sacados de la escolástica, como lo cuenta Martínez. Para el presbítero todavía existía el éter, que por los demás era arrastrado totalmente por los cuerpos móviles, cosa que ya había descartado por completo Poincaré en 1892. Solo en la segunda mitad del siglo las cosas comienzan a cambiar, y en muchos colegios algunos profesores empiezan a imponer textos modernos de filosofía, como los publicados en Argentina (Editorial Losada) por el filósofo italiano Rodolfo MONDOLFO (1877-1976).

Así pues, la “atmósfera filosófica” dentro de la que se movían los pensadores colombianos de principios del siglo XX era la escolástica, por lo cual no era muy fácil para ellos aceptar de buenas a primeras ideas que parecían contradecir sus bases. (Digo “parecían” porque, en cuanto a la ciencia en general, la Iglesia Católica –a diferencia de muchas otras tendencias religiosas– ha sabido adaptarse perfectamente a las corrientes modernas, y en general acepta en la actualidad que el mundo es así, como lo describe la ciencia, precisamente porque Dios

quiso que así fuera; solo se reserva el derecho de creación). A esos pensadores Martínez los denomina “la Élite” [22]:

Por Élite aquí entenderemos a un selecto grupo de colombianos estudiosos, profesionales y universitarios que, a falta de comunidad científica institucionalizada y estructurada, organizaba tertulias donde se debatían los problemas de la actualidad tanto científicos como filosóficos, políticos y económicos, y además, publicaba sus ideas, reflexiones y soluciones a problemas científicos o epistemológicos. Esa Élite floreció a principios del pasado siglo en Bogotá, fue liderada por Julio Garavito Armero [...].

Se puede considerar que al comenzar el segundo decenio del siglo XX la comunidad científica europea en general ha aceptado la teoría de la relatividad especial, y tal vez lo mismo se pueda decir de la estadounidense. Pero al resto de América las noticias llegan más lentamente, con la excepción de Argentina y Uruguay, países que por entonces pertenecían al “primer mundo”. En efecto, en 1925, cuando todavía vivía en Alemania, Einstein fue invitado a esos dos países para dictar una serie de conferencias. Allí permaneció más de un mes y según su diario, fue literalmente abrumado por las atenciones de diferentes sectores de la sociedad argentina (véase [13]).

El autor de estas notas se permite pensar que en el rechazo de la teoría de la relatividad en muchos ámbitos, especialmente entre quienes trabajaban “en la práctica” con la ya tan refinada mecánica newtoniana aplicada en diversos campos, podían pesar, quizá más que determinadas ideas filosóficas o religiosas, la belleza y la increíble eficacia de ese monumento del espíritu humano (véase nota 3, arriba). Julio Garavito era, a un buen nivel, uno de aquellos que estaban en capacidad de dar fe, mediante su trabajo, de esas cualidades de la físicomatemática prerrelativista. Era uno de aquellos que estaban por completo bajo el hechizo de “The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences”, según el famoso artículo del físico Eugene WIGNER. Y por lo tanto no les hacía ninguna gracia pensar que tan colosal estructura pudiera tener fallas en sus bases.

Los esfuerzos del ingeniero colombiano por explicar mediante la mecánica clásica lo que ella ya no podía hacer los analiza detalladamente Regino Martínez en su obra citada [22]. Hay que decir, sin embargo, que los trabajos de Garavito se refieren a lo que tiene que ver con la teoría de la relatividad especial. Para enfrentarse a la teoría general debería haber dominado ciertas áreas de las matemáticas que estaban más allá de su preparación, como las geometrías riemannianas y el cálculo tensorial. Recordemos que al mismo Einstein le costó trabajo lograrlo, y solo lo pudo hacer, como ya dijimos, con la asesoría personal de Minkowski, Levi-Civita y Grossmann.

Fue solo en 1923 –ya muerto Garavito– cuando «el ingeniero Darío Rozo Martínez [1881-1964] publicó en Colombia el primer artículo donde se expone una síntesis de la TRE y esboza la TRG. A partir de esa fecha se inicia la defensa y la paulatina difusión de la relatividad» [22].

Tal vez no sea justo, pues, endilgarle al peso de la autoridad de Garavito –como muchos lo hacen sin mayores argumentos– el haber retrasado el progreso de la ciencia en Colombia. En

nuestra vecina Venezuela, por ejemplo, en los años veinte igualmente andaban en plena polémica sobre la relatividad. También allí los ingenieros estaban en capacidad de apreciar la nueva revolución científica. En el seno del Colegio de Ingenieros de Venezuela surgió la polémica (véase [11]) entre Felipe HERRERA TOVAR (1865-1932) y Francisco José DUARTE (1883-1972). Como dato curioso, es de anotar que Herrera era exactamente dos días mayor que Garavito.

La polémica comenzó en 1925, cuando Herrera escribió entre otras cosas, en un artículo titulado “La relatividad, el experimento de Michelson y la velocidad de la luz”, «Que la isotropía de la propagación de la luz, fundamento necesario de la Teoría de la Relatividad, es esencialmente absurda». Por su parte, Duarte replicaba: «El lector familiarizado con las ideas de Einstein admitirá inmediatamente que la parte débil de este razonamiento consiste en admitir que un mismo fenómeno puede ser simultáneo para dos sistemas de referencia diferentes, uno de los cuales se traslada uniformemente con relación al otro, es decir, en admitir la existencia del tiempo absoluto». Duarte, como se ve, estaba ya plenamente convencido de la validez de la teoría de la relatividad.

La polémica se prolongó hasta la muerte de Herrera (véase el artículo de Freitas ya citado [11]), pero fuera de los dos protagonistas nadie más tomó parte en ella. Tal vez porque, como piensa la autora, «En la Venezuela gomecista de la década de 1920 la crítica, aun la realizada en un medio académico, no era bien recibida y sus exponentes recibían sanciones que los obligaban a retirarse del medio».

5. COLOFÓN

Como lo saben los bogotanos, por esas cosas extrañas que suceden en la vida la tumba de Julio Garavito Armero se convirtió desde hace unos años en sitio de peregrinación de los habitantes de la noche capitalina de todos los pelambres, especialmente travestis, que llegan a pedirle al sabio que no les falten nunca en sus bolsillos los billetes azules con su efigie, y piden su protección para que les vaya bien en sus actividades non sanctas (véase [17], [24]). Es de suponer que el sabio no hubiera querido para sus restos ese destino. En consecuencia, un postrer homenaje a su memoria lo podrían hacer las autoridades correspondientes si decidieran, con la anuencia de algunos familiares que quedan (no descendientes directos, pues como dijimos no tuvo hijos), cremar sus restos y depositar sus cenizas en los jardines del Observatorio Nacional de Colombia, por ejemplo.

REFERENCIAS

[1] ALBIS Víctor. “Vicisitudes del postulado euclídeo en Colombia”. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. 21 (1997), N° 80, pp. 281-283. Se puede ver en http://www.academia.edu/7325112/Las_Geometr%C3%ADas_no_Euclidianas_en_Colombia

- [2] ALBIS Víctor, SÁNCHEZ Clara Helena. “Descripción del curso de Cálculo Diferencial de Aimé Bergeron en el Colegio Militar”. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. 23, Nº 86, pp.73-79.
- [3] ÁLVAREZ LLERAS Jorge. “Importante informe relativo a varias labores científicas del doctor Julio Garavito”. *Anales de Ingeniería*, 23 (1915), 89.
- [4] ÁLVAREZ LLERAS Jorge. “Julio Garavito (Ensayo biográfico y literario)”. *Anales de Ingeniería*, 27 (1920), 362.
- [5] ÁLVAREZ LLERAS Jorge. “El positivismo en la física moderna y la evolución de la ciencia”. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 1 (1937), 314.
- [6] ARBOLEDA Luis Carlos, ANACONA Maribel Patricia. “Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito (1865-1920)”. *Quipu*, Vol. 11 (1994), Nº 1, pp. 7-24.
- [7] BARDI Jason Socrates. *The Fifth Postulate: How Unraveling a Two Thousand Year Old Mystery Unraveled the Universe*. John Wiley & Sons, 2008.
- [8] DUQUE ESCOBAR Gonzalo. “La astronomía en Colombia: Julio Garavito Armero”. En <https://godues.wordpress.com/2007/10/02/la-astronomia-en-colombia-julio-garavito-armero-partes-4-y-5-de-5/> (consultado el 20.11.15).
- [9] EUCLIDES. *Elementos*, libros I-IV. Editorial Gredos, Madrid, 1991.
- [10] EVES Howard. *Estudio de las geometrías*, Tomo I. A. I. D., México, 1969.
- [11] FREITES Yajaira. “La teoría de la relatividad especial y el Colegio de Ingenieros de Venezuela: una polémica atemperada por la distancia (1925-1933)”. *Saber y tiempo*, 8 (1999). Se puede ver en http://www.ivic.gob.ve/estudio_de_la_ciencia/Teoriarela.pdf (consultado el 20.11.15).
- [12] GALLEGO Rodrigo. “Julio Garavito Armero”. En http://gotasdetinta.org/1/pdf/julio_garavito.pdf (consultado el 20.11.15).
- [13] GANGUI Alejandro, ORTIZ Eduardo. “Albert Einstein visita la Argentina”. En <http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0506/0506052.pdf> (consultado el 20.11.15).
- [14] GARAVITO Julio. “Nota sobre la fórmula de la trigonometría plana no euclídea en la geometría hiperbólica”. *Anales de Ingeniería*, 24 (1916), 222-234, 353-362, 465-469.
- [15] GARAVITO Julio. “¿Bancarrotas de la ciencia?”. *Anales de Ingeniería*, 25 (1917), 101-107, 203-215.
- [16] HORGAN John. *The end of science*. Addison-Wesley, New York, 1996, p. 19.
- [17] JIMÉNEZ Carolina. “Los milagrosos muertos del Cementerio Central”. En <http://cerosetenta.uniandes.edu.co/los-milagrosos-muertos-del-cementerio-central/> (consultado el 20.11.15).
- [18] KAGÁN Veniamín Fiódorovich. *Lobachevski*. Editorial Mir, Moscú, 1986
- [19] LITAKER Justin. “Frege and the Disjunction of Geometries”. En http://www.academia.edu/6420048/Frege_and_the_Disjunction_of_Geometries (consultado el 20.11.15).
- [20] LLERAS CODAZZI Ricardo. Necrología de Garavito publicada en un artículo biográfico publicado en el periódico *El Catolicismo* el 20 de mayo de 1920. Citado en [12].
- [21] MARTÍNEZ Regino. *El desarrollo de la física en Colombia de 1860 a 1960*. Universidad de Antioquia, Medellín, 1988.
- [22] MARTÍNEZ Regino. “Einstein y su recepción en Colombia”. *Praxis Filosófica*, Nº 22, 2006. Se puede ver en http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-46882006000100002 (consultado el 20.11.15).
- [23] MAYORGA Bernardo. “Lobachevski y la geometría no euclidiana”. *Lecturas Matemáticas*, Vol. 15 (1994), 29-43.
- [24] MERCADO Juan Guillermo. “Garavito, el santo de los travestis”. En <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-2904999> (consultado el 20.11.15).
- [25] MOSTERÍN Jesús. *Los lógicos*. Espasa-Calpe, Madrid, 2000.
- [26] POINCARÉ Henri. *La Science et l'Hypothèse*. Flammarion, Paris, 1902. Existen muchas ediciones en diferentes idiomas, entre ellos el español.

- [27] Portal KIENYKE, "Julio Garavito Armero". <http://www.kienyke.com/kien-fue/julio-garavito-armero/> (consultado el 20.11.15).
- [28] ROUCHÉ Eugène, De COMBEROUSSE Charles. *Traité de géométrie*. Paris, 1891
- [29] RUSSELL Bertrand. *Diccionario del hombre contemporáneo*. Santiago Rueda Editor, Buenos Aires, 1952, p. 115.
- [30] SÁNCHEZ Clara Helena. "Los cuadernos de Julio Garavito. Una antología comentada". *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. 31 (119) (2007), pp. 253-266. Se puede ver en http://www.accefyn.org.co/revista/Vol_31/119/253-266.pdf (consultado el 20.11.15).
- [31] SÁNCHEZ Clara Helena. "Matemáticas en Colombia en el siglo XIX". *Llull*, vol. 22(1999), 687-705.
- [32] SÁNCHEZ Clara Helena. "Cien años de la historia de las matemáticas en Colombia". *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. 26, pp. 240-241.
- [33] SÁNCHEZ Clara Helena. "Las matemáticas en los *Anales de Ingeniería*". *Mathesis*, Vol. 9, pp. 105-124.
- [34] SÁNCHEZ Clara Helena. *Los ingeniero-matemáticos colombianos del siglo XIX y comienzos del XX*. UNal, Bogotá, 2007.
- [35] SANTALÓ Luis. *Geometrías no euclidianas*. Eudeba, Buenos Aires, 1961, p. 13.
- [36] SUÁREZ MAYORGA Adriana. *La ciudad de los elegidos. Crecimiento urbano, jerarquización social y poder político. Bogotá, 1910-1950*. Editora Guadalupe, Bogotá, 2006.
- [37] WITHROW Gerald James. *Einstein, el hombre y su obra*. Siglo XXI Editores, México, 1984.